

KMAPによる微分方程式の解法(2)－係数が時間で変化

(B) H27(2015). 5. 25 片柳亮二

微分方程式の初期値問題をKMAPで解く方法について述べる.

[例題 2.1] 微分方程式の解法

次のような微分方程式の初期値問題を解いて, 解の時間応答を求めよ.

$$\dot{x}(t) = -a(t) \cdot x(t) + b(t), \quad \text{初期値 } x(0) = 2$$

ただし, 微分方程式の係数は次のように時間で変化するものとする.

$$a(t) = 2 - e^{-t}, \quad b(t) = 3(2 - e^{-0.5t})$$

微分方程式を行列表示すると次のようである.

$$\dot{x} = [-a(t)]x + [b(t)]u, \quad \text{初期値 } x(0) = 2, \quad (\text{入力 } u \text{ は } 0.01 \text{ 秒後から } 1.0)$$

この状態方程式を解くために, 次の行列のインプットデータを準備する.

$$A_P = \left((e^{-t} - 2) \right), \quad B_P = \left(3(2 - e^{-0.5t}) \right)$$

(このインプットデータの作り方については下記資料を参照ください)

<http://katayanagi.g.dgdc.jp/Introduction%20of%20KMAP%20State%20Equation,Y150524.pdf>

この微分方程式を初期値 $x(0)$ を考慮して, KMAPにより直接解いてみよう.

EIGE. 微分方程式(2.1). Y150511A. DAT

```

NXP          = 1
tmax(s)      = 10.000
1. NU1-----> 3
  T , U1          0.000      0.000
                  0.010      1.000
                  60.000     1.000
3. NU3-----> 2
  T , U3          0.000      0.000
                  60.000     0.000
5. NU5-----> 2
  T , U5          0.000      0.000
                  60.000     0.000
*****10*****20*****30*****40*****50*****60*****70*****
<積分数, IRIG, TDEBUG 時間, 補間関数> 2 0 0.0 0
  <Control System Data>          Hi *---GAIN---NCAL*N01*N02*N03*NGO*LNO
1 //
2 H11=E68; (time)                H 0          13 11 68 0 0 0
3 H12=H11*G; (-t)                H 0 -0.1000E+01 17 12 11 0 0 0
4 H13=FEXP[N12]; exp(-t)         H 0          45 13 12 0 0 0

```

```

5 H14=G; H 0 0.1000E+01 11 14 0 0 0 0
6 H20=G; H 0 0.2000E+01 11 20 0 0 0 0
7 H15=H13-H20; (exp(-t)-2) H 0 22 15 13 20 0 0
8 //
9 H16=H12*G; (-0.5t) H 0 0.5000E+00 17 16 12 0 0 0
10 H17=FEXPN[H16]; (exp(-0.5t)) H 0 45 17 16 0 0 0
11 H18=H20-H17; (2-exp(-0.5t)) H 0 22 18 20 17 0 0
12 H19=H18*G; 3(2-exp(-0.5t)) H 0 0.3000E+01 17 19 18 0 0 0
13 //
14 AP(I1, J1)H15; H 0 621 1 1 15 0 0
15 BP(I1, J1)H19; H 0 622 1 1 19 0 0
16 //
17 //-----
18 //安定解析出力に追加する場合
19 //シミュレーション用出力 (Z191~Z200)
20 //(このデータが TES6. DAT に入る)
21 Z191=Z6*G; H 0 0.1000E+01 53 191 6 0 0 0
22 Z192=U1*G; H 0 0.1000E+01 52 192 1 0 0 0
23 //(最後に次の END 文が必要)
24 //
25 {Pitch Data END}; H 0 899 888 887 886 0 0
26 //*-----
27 //*(注 1)状態方程式使用の場合
28 //* Z1, Z3, Z5 : 制御入力設定済
29 //* Z6~(NXP 個) : 状態変数設定済
30 //* Ri は安定解析の出力で下記注意
31 //* R6~(NXP 個) : 状態変数に対応
32 //* R(6+NXP)~Rn: 出力変数の追加
33 //* 解析出力キーは i=4~(R 設定数)
34 //*
35 //*(注 2)状態方程式使用しない場合
36 //* Zi は全て通常の Z 変数
37 //* R6~出力変数を設定
38 //* 解析出力キーは i=4~(R 設定数)
39 //\$-----
----- (縦系ゲイン最適化 - 探索範囲) -----
探索ゲイン数= 0
重み係数= 0.0000E+00 影響範囲(rad/s)= 0.0000E+00
***** (ゲイン最適化 - 重み関数 W(s)) *****
極の数= 0
零点数= 0
ゲイン= 0.0000E+00 -----
初期値 X(1)= 0.2000E+01
40 {Control Data END}; H 0 999 0 0 0 0 0
----- (DATA END) -----

```

微分方程式は $t=0$ では, $u=1$ に対して

$$\dot{x}(t) = -x(t) + 3$$

となるので, 極・零点は次のようになる.

■ 結果表示 9 : 安定解析結果

```

***** POLES AND ZEROS *****
POLES( 1), EIVMAX= 0.1000D+01
  N      REAL      IMAG
  1  -0.1000000D+01  0.0000000D+00
ZEROS( 0), II/JJ= 4/ 1, G= 0.3000D+01
  N      REAL      IMAG

```

■ 結果表示 1 : 安定解析図 (EIGE.微分方程式(2.1).Y150511A.DAT)

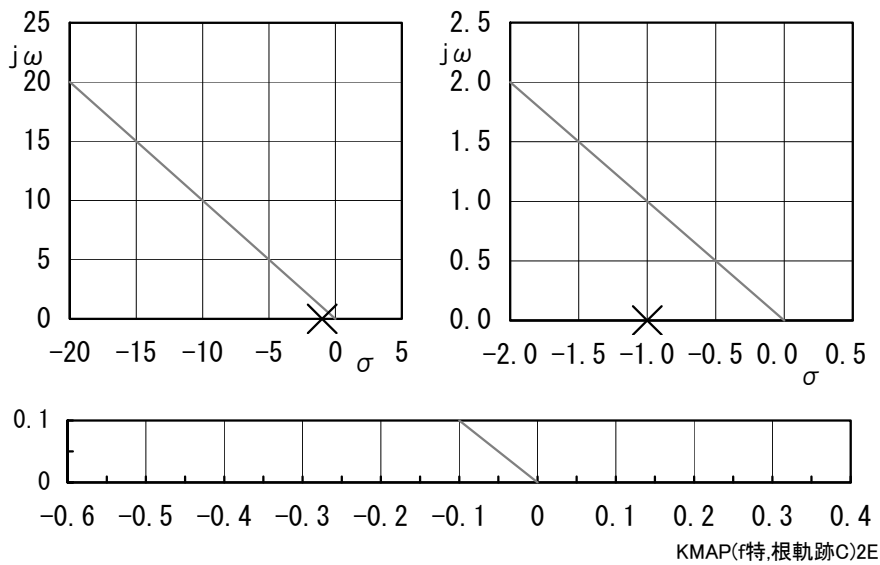


図 2.1(a) 極・零点配置

■ 結果表示 7 : シミュレーション図

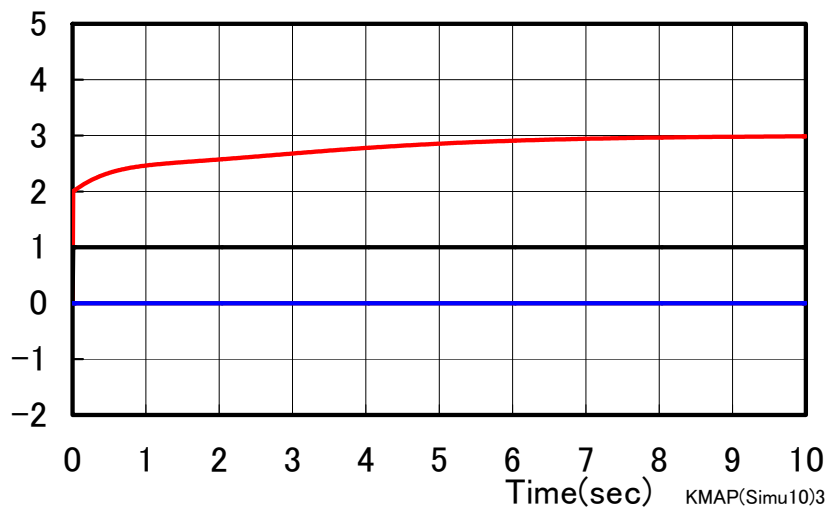


図 2.1(b) $x(t)$ の時間応答